

Arbeitsmaterialien für Lehrkräfte

Kreative Ideen und Konzepte inkl. fertig ausgearbeiteter Materialien und Kopiervorlagen für einen lehrplangemäßen und innovativen Unterricht

Thema: Mathematik Sekundarstufe I, Ausgabe: 4

Titel: Wir schreiben ein Buch zu quadratischen Gleichungen (30 S.)

Produktinweis zur »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe«

Dieser Beitrag ist Teil einer Print-Ausgabe aus der »Kreativen Ideenbörse Sekundarstufe« der Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG*. Den Verweis auf die jeweilige Originalquelle finden Sie in der Fußzeile des Beitrags.

- ▶ Alle Beiträge dieser Ausgabe finden Sie [hier](#).

Seit über 15 Jahren entwickeln erfahrene Pädagoginnen und Pädagogen kreative Ideen und Konzepte inkl. sofort einsetzbarer Unterrichtsverläufe und Materialien für verschiedene Reihen der Ideenbörse.

- ▶ Informationen zu den Print-Ausgaben finden Sie [hier](#).

* Ausgaben bis zum Jahr 2015 erschienen bei OLZOG Verlag GmbH, München

Beitrag bestellen

- ▶ Klicken Sie auf die Schaltfläche **Dokument bestellen** am oberen Seitenrand.
- ▶ Alternativ finden Sie eine Volltextsuche unter www.eDidact.de/sekundarstufe.

Piktogramme

In den Beiträgen werden – je nach Fachbereich und Thema – unterschiedliche Piktogramme verwendet. Eine Übersicht der verwendeten Piktogramme finden Sie [hier](#).

Nutzungsbedingungen

Die Arbeitsmaterialien dürfen nur persönlich für Ihre eigenen Zwecke genutzt und nicht an Dritte weitergegeben bzw. Dritten zugänglich gemacht werden. Sie sind berechtigt, für Ihren eigenen Bedarf Fotokopien in Klassensatzstärke zu ziehen bzw. Ausdrucke zu erstellen. Jede gewerbliche Weitergabe oder Veröffentlichung der Arbeitsmaterialien ist unzulässig.

- ▶ Die vollständigen Nutzungsbedingungen finden Sie [hier](#).

Haben Sie noch Fragen? Gerne hilft Ihnen unser Kundenservice weiter:

[Kontaktformular](#) | ✉ Mail: service@eDidact.de

✉ Post: Mediengruppe Oberfranken – Fachverlage GmbH & Co. KG
E.-C.-Baumann-Straße 5 | 95326 Kulmbach

☎ Tel.: +49 (0)9221 / 949-204 | 📠 Fax: +49 (0)9221 / 949-377

<http://www.eDidact.de> | <https://www.bildung.mgo-fachverlage.de>

Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- Die Schüler bauen durch eine andere Sichtweise auf die Mathematik die so oft vorhandene Distanz zu diesem Fach ab und erkennen, dass Mathematik Freude machen kann.
- Sie lernen Verfahren zur Lösung quadratischer Gleichungen kennen und können die Lösbarkeit einer Gleichung bewerten.
- Sie können Anwendungsaufgaben auf die allgemeine Theorie zurückführen und die Ergebnisse sachgerecht deuten.
- Sie lernen, im Team selbstständig zu arbeiten und ihre Ergebnisse zu präsentieren.
- Sie lernen, in der Mathematik kreativ zu sein und nicht nur blind eine auswendig gelernte Formel anzuwenden.

„Der Mathematikunterricht leistet auch einen wichtigen Beitrag zur allgemeinen Spracherziehung. Er fördert die sprachliche Abstraktionsfähigkeit und rückt unterschiedliche Formen der Argumentation ins Bewußtsein. [...] Deshalb sollen die Schülerinnen und Schüler in allen Klassenstufen zu zusammenhängenden Äußerungen, zu Referaten und zunehmend auch zu mathematischen Aufsätzen und Facharbeiten angehalten werden.“

Bildungsplan Baden-Württemberg 1994 [9]

Zentrales Anliegen:

Ein **Schulbuch von Schülern** selbst schreiben zu lassen, scheint zunächst eine ungewohnte Aufgabe für den Mathematikunterricht zu sein. Aber die Forderung der Mathematikdidaktik, der Sprache im Mathematikunterricht eine stärkere Bedeutung beizumessen [5], stößt inzwischen überall auf Verständnis, da damit tatsächlich ein zu wenig beachtetes Problem ernsthaft aufgegriffen wird.

Die Vernachlässigung der sprachlichen Bildung der Schüler ist insbesondere nach dem Bekanntwerden der Ergebnisse der TIMS-Studie ein viel diskutiertes Problem des Mathematikunterrichtes. Ein Gutachten der Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung [4] stellt verschiedene „Problemzonen des kulturellen Skripts“ fest: So ist das Ziel des Mathematikunterrichtes die Beherrschung von Routineaufgaben, die den neu eingeführten Stoff einüben sollen. Der fragend-entwickelnde Unterricht führt auf eine einzige Lösung hin und vermischt zudem Lern- und Leistungssituationen. Die Schüler lernen also nur „Kochrezepte“, die sie auf eine Vielzahl von immer gleichen Aufgaben anzuwenden haben, um in der bevorstehenden Klassenarbeit erfolgreich zu sein, um diese „Kochrezepte“ mit dem Fortschreiten zu einem neuen mathematischen Thema wieder zu vergessen und durch neue zu ersetzen. In der Praxis beobachtet man immer wieder, dass Schüler nur ein mathematisches Basiswissen parat haben, das nicht weit über die Beherrschung der Grundrechenarten hinausgeht, und den weiterführenden Stoff offensichtlich vergessen haben.

Nun ist man aber inzwischen mit vielen Initiativen dabei, diese Situation zu überwinden. Die BLK stellt elf Module auf, die Schwerpunkte der Maßnahmen zur Abhilfe darstellen sollen. Eines dieser Module betrifft das naturwissenschaftliche Arbeiten. „Das Sprechen, Austauschen, Verständigen und Diskutieren, aber auch die Verschriftlichung eines zusammenhängenden Gedankengangs“ werden hier als zentrale Mittel hin zu einem naturwissenschaftlichen Arbeiten gesehen. Doch dies gilt nicht nur für die Naturwissenschaften, sondern auch für die Mathematik. Diese Forderung nach einem sprachlichen Zugang zur Mathematik findet in der Mathematikdidaktik häufig Anklang (vgl. [5], [6], [7], [10] und [12]). Schüler

1.6

Wir schreiben ein Buch zu quadratischen Gleichungen

Vorüberlegungen

sollen lernen, sich mathematisch auszudrücken. So kann man erreichen, dass sie den Stoff wirklich durchdringen.

Damit machen wir in der vorliegenden Unterrichtseinheit Ernst: Indem die Schüler ihr eigenes Schulbuch **schreiben**, für das sie auch Aufgaben zu den einzelnen Bereichen selbst erfinden, wird ihnen die Gelegenheit geboten, einmal einen **anderen Blickwinkel auf die Mathematik** einzunehmen und sich mit dem Stoff zu identifizieren. Die Forderung, selbst Aufgaben zu den verschiedenen Unterbereichen zu erfinden, dient dazu, einen Einblick in den schaffenden Aspekt der Mathematik zu bekommen.

Das Schulbuch wird in **arbeitsteiliger Gruppenarbeit** erstellt. Jede Gruppe befasst sich mit einem Unterkapitel des Themas „Quadratische Gleichungen“, erstellt dazu einige Seiten für das gemeinsame Buch und ein Poster, mithilfe dessen das Gruppenthema dem Rest der Klasse präsentiert wird.

Ein berechtigter Einwand an dieser Stelle ist natürlich, dass dieses Vorgehen selektiv sei. Die Schüler beherrschen nur einen Teil des gesamten Themas wirklich sicher, der Rest würde nur kurz eingeübt. Andererseits liegt in diesem Vorgehen jedoch der Vorteil, dass sie sich mit einem Thema intensiver befassen als im normalen Unterricht und es hinterher entsprechend besser beherrschen. Das wirkt sich erfahrungsgemäß auch auf die weniger intensiv erarbeiteten Themen aus.

Einordnung:

Quadratische Funktionen und **quadratische Gleichungen** bilden eine Unterrichtseinheit, die normalerweise in Klasse 9 unterrichtet wird. Ein dabei übliches Vorgehen ist es, zunächst die quadratischen Funktionen zu behandeln und mit dem damit gewonnenen Wissen automatisch einen Zugang zu den quadratischen Gleichungen zu haben: Man kann mit der zeichnerischen Bestimmung der Lösungen beginnen.

Dieses Vorgehen ist aber nicht zwingend. Es kann auch, wie in dieser Einheit durchgeführt, genau umgekehrt vorgegangen und mit den quadratischen Gleichungen begonnen werden. Es bietet sich der Einstieg mit einem Zahlenrätsel an, denn ohne die Behandlung der quadratischen Funktionen erscheinen die quadratischen Gleichungen wie eine Zahlenspielerei.

Literatur:**Schulbücher:**

- [1] F. Barth, R. Federle, R. Haller: *Algebra 3*, Ehrenwirth Verlag, München 1989
- [2] A. Schmid (Hrsg.): *Lambacher Schweizer Klasse 9*, Ernst Klett Verlag, Stuttgart 1997
- [3] K. Ulshöfer, U. Rauscher: *Mathematik 9*, BSV, München 2000

Weitere Literatur zum Thema:

- [4] BLK: *Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“*, Materialien zur Bildungsplanung und zur Forschungsförderung, Heft 60, 1997
- [5] P. Gallin, U. Ruf: *Sprache und Mathematik in der Schule: auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*, Kallmeyer, Seelze 1998
- [6] H. Maier: Zum Problem der Sprache im Mathematikunterricht, *Beiträge zum Mathematik-*

Wir schreiben ein Buch zu quadratischen Gleichungen**1.6****Vorüberlegungen**

unterricht, 1983, S. 30-39

- [7] H. Maier: Zur Praxis eines sprachfördernden Mathematikunterrichts – Einsatz der textlichen Eigenproduktion als Schüleraktivität, *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 1998, S. 441-444
- [8] H. Maier: Schreiben im Mathematikunterricht, *Mathematik lehren* (99), 2000, S. 10-13
- [9] Ministerium für Kultus und Unterricht: *Bildungsplan für das Gymnasium*, Stuttgart 1994
- [10] C. Niederdrenk-Felgner: Mathematik als Fremdsprache, *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 1997, S. 387-390
- [11] C. Niederdrenk-Felgner: *Entdeckendes Lernen und Problemlösen im Mathematikunterricht*, Studienbrief des Projekts Mädchen und Computer – Modelle für eine mädchengerechte Unterrichtsgestaltung, DIFF, Tübingen 1998
- [12] C. Niederdrenk-Felgner: Algebra oder Abrakadabra? Das Thema „Mathematik und Sprache“ aus didaktischer Sicht, *Mathematik lehren* (99), 2000, S. 4-9

Die einzelnen Unterrichtsschritte im Überblick:

1. Schritt: Einführung in die quadratischen Gleichungen
2. Schritt: Einteilung der Kleingruppen
3. Schritt: Wir erstellen unser Schulbuchkapitel
4. Schritt: Präsentation mithilfe der Poster
5. Schritt: Arbeit an den Themen der anderen Gruppen

Unterrichtsplanung

1. Schritt: Einführung in die quadratischen Gleichungen

Die Schüler werden in ungefähr fünf Unterrichtsstunden an das Thema Quadratische Gleichungen herangeführt. Dabei werden aber zunächst nur die Spezialfälle betrachtet, die den Schülern schon **bekannt** sind und die sie schon lösen können, also zunächst nur die rein-quadratischen Gleichungen und die gemischt-quadratischen Gleichungen mit Konstante null. In diesem Zusammenhang sollte den Schülern gleichzeitig die historische Dimension dieses Themas nahegebracht werden, indem **historische Aufgaben** als Einführungsbeispiele gewählt werden.

Als Einstieg wird den Schülern auf einer vorab erstellten Folie ein **Zahlenrätsel von Leonhard Euler (Arbeitsblatt 1, M1)** vorgestellt, das zu einer rein-quadratischen Gleichung führt. Danach lösen die Schüler in Stillarbeit weitere rein-quadratische Gleichungen auf dem **Arbeitsblatt 2 (M2)**. Unter diesen Aufgaben befinden sich auch rein-quadratische Gleichungen mit nur einer bzw. keiner Lösung.

Bei der Besprechung der Aufgaben im Plenum werden diese Sonderfälle thematisiert. Im Anschluss diskutieren die Schüler selbst in kleinen Gruppen kurz, woran es liegt, dass diese Gleichungen keine bzw. eine Lösung haben.

Als Überleitung zu den gemischt-quadratischen Gleichungen mit Konstante null wird ein weiteres historisches **Zahlenrätsel von Al-Charizmi (Arbeitsblatt 3, M3)** auf Folie vorgestellt. Ein Zahlenrätsel von Al-Charizmi eignet sich besonders, weil sein Name untrennbar mit dem Gebiet der Algebra und insbesondere den quadratischen Gleichungen verbunden ist und weil sein Name auch im Laufe des Projekts in der Arbeit der Gruppe, die einen Einblick in die Geschichte der quadratischen Gleichungen gibt, wieder auftauchen wird.

Nachdem die Schüler hierzu noch andere Aufgaben des Arbeitsblattes gelöst haben, kann Al-Charizmis Zahlenrätsel weiter bearbeitet werden. Ein Schüler hat hier einmal den sehr guten Vorschlag gemacht, den Wortlaut anders zu interpretieren, was dann einerseits auf eine gemischt-quadratische Gleichung mit Konstante ungleich null führte und damit unmittelbar eine Überleitung bot für die Einführung des Prinzips der quadratischen Ergänzung, andererseits aber natürlich (für die Schüler jedoch erstaunlicherweise) zu dem gleichen Ergebnis wie bei dem anderen Rechenweg führt. Nachdem man dieses Beispiel auf dem zweiten Lösungsweg gemeinsam gerechnet hat und daran das Prinzip der quadratischen Ergänzung erläutert wurde, lösen die Schüler weitere quadratische Gleichungen auf dem **Arbeitsblatt 4 (M4)** durch quadratische Ergänzung.

Im Zusammenhang mit der quadratischen Ergänzung sollte man ansprechen, dass dieses Verfahren zwar immer zum Ziel führt, oft aber sehr mühsam und aufwändig ist. So sollte der **Wunsch** nach einer einfacheren Möglichkeit zur Lösung quadratischer Gleichungen geweckt werden.

Die Formel, die diesen Wunsch erfüllt, wird dann hergeleitet durch die Gegenüberstellung eines Beispiels und des allgemeinen Falles $ax^2 + bx + c = 0$. Das Beispiel wird durch quadratische Ergänzung gelöst und alle Schritte, die am Beispiel durchgeführt werden, werden auch am allgemeinen Fall durchgeführt. Die so erarbeitete Formel mündet in einen Merksatz, den die Schüler in ihrem Heft festhalten. Im Anschluss üben die Schüler die neu kennen gelernte Formel an Aufgaben des **Arbeitsblattes 5 (M5)**. Unter diesen Aufgaben befinden sich auch solche quadratischen Gleichungen, die nur eine bzw. keine Lösung haben.

Bei der Besprechung der Ergebnisse werden die Fälle, bei denen die Gleichung eine oder keine Lösung hat, weiter diskutiert. Die Schüler stellen fest, dass der Term $b^2 - 4ac$ unter der Wurzel auch negativ werden kann und dass dieser Term ausschlaggebend ist für die Anzahl der Lösungen der vorliegenden quadratischen Gleichung.